

- #1: Aufgabe AA 86 –Lösung von hbm–
- #2: -----
- #3: InputMode := Word
- #4: CaseMode := Sensitive
- #5: -----
- #6: Gegeben ist die Abkühlfunktion von Kaffee:
- $$- c \cdot t$$
- #7: $T(t) := T_0 \cdot e$
- #8: T_0 ist die Anfangstemperatur. T ist die Temperatur in Grad Celsius nach der Abkühlzeit t in Minuten.
- #9: c ist eine Konstante, die den Verlauf der Abkühlung charakterisiert.
- #10: Gegeben ist 1.: Zur Zeit $t = 2$ min wird $T = 64$ Grad Celsius gemessen.
- #11: Gegeben ist 2.: Zur Zeit $t = 10$ min wird $T = 33.5$ Grad Celsius gemessen.
- #12: Gesucht sind:
- #13: a) die Anfangstemperatur T_0 und die Abkühlkonstante c
- #14: b) die Gleichung der Funktion und deren Schaubild.
- #15: -----
- #16: Lösung:
- #17: Setzt man die vorgegebenen Werte für T_0 und t ein, so erhält man ein System aus zwei Gleichungen:
- $$- c \cdot 2$$
- #18: $64 = T_0 \cdot e$
- $$- c \cdot 10$$
- #19: $33.5 = T_0 \cdot e$
- #20: Ich lasse dieses Gleichungssystem lösen:
- $$- c \cdot 2 \quad - c \cdot 10$$
- #21: $64 = T_0 \cdot e \quad \wedge \quad 33.5 = T_0 \cdot e$
- $$- c \cdot 2 \quad - c \cdot 10$$
- #22: $SOLVE(64 = T_0 \cdot e \quad \wedge \quad 33.5 = T_0 \cdot e, [T_0, c], \text{Real})$

$$\#23: T_0 = \frac{128 \cdot 134}{67}^{3/4} \wedge c = - \frac{\ln\left(\frac{67}{128}\right)}{8}$$

#24: $T_0 = 75.24259507 \wedge c = 0.08091720556$

$$\#25: T_{\text{lsg}} := \frac{128 \cdot 134}{67}^{3/4}$$

$$\#26: c_{\text{lsg}} := - \frac{\ln\left(\frac{67}{128}\right)}{8}$$

#27: -----

#28: Ergebnis zu a)

#29: Die Anfangstemperatur beträgt ca. $T_0 = 75.24259507$ Grad Celsius
und Abkühlungskonstante ist ca. $c = 0.08091720556$.

#30: Ergebnis zu b)

#31: Die gesuchte Funktionsgleichung ist

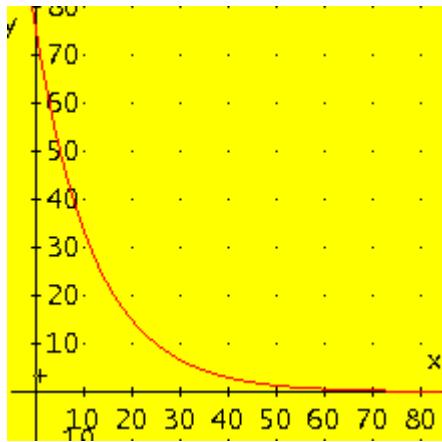
$$\#32: T_{\text{lsg}}(t) := T_{\text{lsg}} \cdot e^{-c_{\text{lsg}} \cdot t}$$

$$\#33: T_{\text{lsg}}(t) := \frac{128 \cdot 2^{(6 - 7 \cdot t)/8} \cdot 67^{(t + 6)/8}}{67}$$

#34: abgerundet:

$$\#35: T_{\text{lsg}}(t) \sim 75.24259507 \cdot e^{-0.08091720556 \cdot t}$$

#36: Der Graph der Abkühlung:



#37: Man sieht deutlich, dass der Kaffee sich in den ersten 20 Minuten
rapide von ca. 75 auf ca. 25 Grad abkühlt.

#38: Der Graph geht dann weiter gegen null.

#39: Das ist unrealistisch, denn der Kaffee kann sich nur auf
Raumtemperatur abkühlen.

#40: Die gegebene Funktion in #7 berücksichtigt die Umgebungstemperatur
nicht.

#41: -----

#42: hbm