

#1: Aufgabe AA 86 –Lösung von hbm–

#2: -----

#3: InputMode := Word

#4: CaseMode := Sensitive

#5: -----

#6: Gegeben ist die Abkühlfunktion von Kaffee:

#7: $T(t) := T_0 \cdot e^{-c \cdot t}$

#8: T_0 ist die Anfangstemperatur. T ist die Temperatur in Grad Celsius nach der Abkühlzeit t in Minuten.

#9: c ist eine Konstante, die den Verlauf der Abkühlung charakterisiert.

#10: Gegeben ist 1.: Zur Zeit $t = 2$ min wird $T = 64$ Grad Celsius gemessen.

#11: Gegeben ist 2.: Zur Zeit $t = 10$ min wird $T = 33.5$ Grad Celsius gemessen.

#12: Gesucht sind:

#13: a) die Anfangstemperatur T_0 und die Abkühlkonstante c

#14: b) die Gleichung der Funktion und deren Schaubild.

#15: -----

#16: Lösung:

#17: Setzt man die vorgegebenen Werte für T_0 und t ein, so erhält man ein System aus zwei Gleichungen:

#18: $64 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 2}$

#19: $33.5 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 10}$

#20: Ich lasse dieses Gleichungssystem lösen:

#21: $64 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 2} \wedge 33.5 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 10}$

#22: $\text{SOLVE}(64 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 2} \wedge 33.5 = T_0 \cdot e^{-c \cdot 10}, [T_0, c], \text{Real})$

$$\#23: T_0 = \frac{128 \cdot 134^{3/4}}{67} \wedge c = - \frac{\ln\left(\frac{67}{128}\right)}{8}$$

$$\#24: T_0 = 75.24259507 \wedge c = 0.08091720556$$

$$\#25: T_{Lsg} := \frac{128 \cdot 134^{3/4}}{67}$$

$$\#26: c_{Lsg} := - \frac{\ln\left(\frac{67}{128}\right)}{8}$$

#27: -----

#28: Ergebnis zu a)

#29: Die Anfangstemperatur beträgt ca. $T_0 = 75.24259507$ Grad Celsius
und Abkühlungskonstante ist ca. $c = 0.08091720556$.

#30: Ergebnis zu b)

#31: Die gesuchte Funktionsgleichung ist

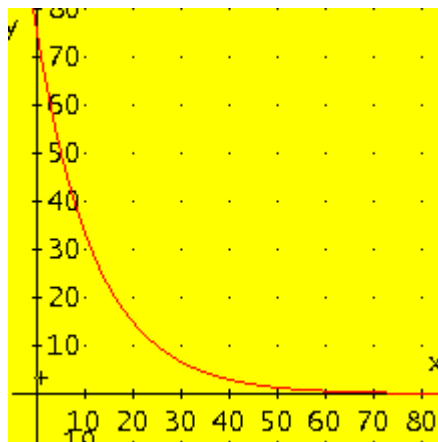
$$\#32: T_{Lsg}(t) := T_{Lsg} \cdot e^{-c_{Lsg} \cdot t}$$

$$\#33: T_{Lsg}(t) := \frac{128 \cdot 2^{(6 - 7 \cdot t)/8} \cdot 67^{(t + 6)/8}}{67}$$

#34: abgerundet:

$$\#35: T_{Lsg}(t) \sim 75.24259507 \cdot e^{-0.08091720556 \cdot t}$$

#36: Der Graph der Abkühlung:



- #37: Man sieht deutlich, dass der Kaffee sich in den ersten 20 Minuten rapide von ca. 75 auf ca. 25 Grad abkühlt.
- #38: Der Graph geht dann weiter gegen null.
- #39: Das ist unrealistisch, denn der Kaffee kann sich nur auf Raumtemperatur abkühlen.
- #40: Die gegebene Funktion in #7 berücksichtigt die Umgebungstemperatur nicht.
- #41: -----
- #42: hbm