

#1: Differenzierbare Funktionen sind auch stetig.

#2: Aber stetige Funktionen müssen nicht differenzierbar sein.

#3: -----

#4: InputMode := Word

#5: $f(x)$ sei diffbar. Dann gilt:

$$\#6: \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

#7: Zu zeigen ist:

$$\#8: \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

#9: -----

#10: Beweis

#11: Es gilt:

$$\#12: \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x - x_0}{f(x) - f(x_0)} = 1$$

$$\#13: 1 = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \frac{x - x_0}{f(x) - f(x_0)}$$

#14: Also gilt:

$$\#15: f(x) - f(x_0) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0)$$

#16: Also gilt:

$$\#17: f(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

#18: Also gilt:

$$\#19: \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \left(\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0) + \lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0)$$

$$\#20: \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f'(x_0) \cdot 0 + f(x_0)$$

$$\#21: \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

#22: q.e.d.

#23: -----

#24: Aufgabe: Beweisen Sie, dass stetige F. nicht diffbar sein müssen!

#25: -----