

# MATHEMATIK

## Allgemeine Verunsicherung über die Bedeutung der Zahlen und der Rechenarten

Test: Nenne spontan eine Zahl, sofort! Nenne weitere Zahlen!

Ergebnis: Meist zuerst 7, dann 3, 5, 8, 13 usw. Selten: 0; 1/2; -2 oder 2,7!

Grund : Alle verstehen unter "Zahlen" zuerst "Anzahlen", d.h. die Zählzahlen für Mengen von Objekten, also die natürlichen Zahlen.

### Zahlen sind nicht dasselbe wie Anzahlen!

- a) 1, 2, 3, 4 usw. sind Anzahlen. Alle anderen Zahlen sind es nicht! Sie heißen „Natürliche Zahlen“.
- b) -1, -2, -3 usw. sind "Gegenzahlen" bezüglich der Addition.
- c)  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{8}$  usw. können verschiedene Bedeutungen haben:
- Maßzahl von Teilstücken, z.B.  $\frac{1}{2}$  Pizza, oder  $\frac{1}{4}$  Pfund
  - als Verhältniszahl (3 zu 4)
  - als Rechenanweisung (3 durch 4 teilen)
  - als Vervielfachungsanweisung (3 mal  $\frac{1}{4}$ )
  - als Anzahl von Teilen (3 Viertelstücke)
- d)  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt{10}$  usw. sind die Seitenlängen eines Quadrats mit Inhalt 9 bzw. 10
- $\sqrt{9}$  ist eine ganze Zahl, nämlich 3 .
  - $\sqrt{0.25}$  ist eine Bruchzahl, nämlich  $\frac{1}{2}$  . Aber
  - $\sqrt{10}$  ist weder ganz, noch ein Bruch, also etwas Neues.
- e)  $\sqrt{-1}$  ist wieder etwas anderes, nämlich die Zahl, für die  $x^2=-1$  ist.  
Diese Zahl heißt "imaginär", weil sie nicht reell ist.
- f)  $(2+\sqrt{-1})$  ist noch eine Zahl, nämlich die, die  $x^2-4x+5=0$  ist!  
Diese Zahl heißt "komplex", weil sie aus einer reellen und einer imaginären zusammengesetzt ist.
- Es gibt noch andere Zahlenarten.

Allgemein gilt:

Nur die "von der Natur" gegebenen Zahlen, also die Zählzahlen sind die "Anzahlen", die sich jeder unter Zahlen zunächst vorstellt. Alle anderen Zahlen sind "künstliche", vom Menschen konstruierte Zahlen. Sie haben alle ihre Bedeutung, ihren Sinn und ihren historischen Ursprung. Nur Zählzahlen, das sind sie nicht mehr!

Die "neuen" Zahlen wurden aus den "alten" und natürlichen stets so konstruiert, geschaffen und festgelegt, daß sie Aufgaben lösten, die vorher nicht lösbar waren und daß sie die vorherigen Rechnungsarten erhielten, jedoch erweiterten.

Für die Ergänzung der natürlichen Zahlen um die Null, die negativen Zahlen und die Wurzeln gab es praktische Anlässe: Man konnte damit im Kaufmännischen und Technischen besser rechnen.

Für die Erfindung der Komplexen Zahlen gab es nur einen theoretischen Anlaß, man wollte Gleichungen lösen, die mit reellen Zahlen nicht lösbar sind. Heute haben die komplexen Zahlen auch praktische Bedeutung, nämlich in der Elektrotechnik und in der Chaosforschung.

Ganz grob verlief die Entwicklung folgendermaßen:

Anfangs rechnete man nur mit den natürlichen Zahlen 1, 2, 3 usw. und mit Verhältnissen, also 2:3 oder 3:4. Dann erklärte man Ausdrücke wie -1 oder -2 zu Zahlen, weil sie Gleichungen wie  $3+x=2$  lösten. Mit natürlichen Zahlen geht das nicht. Später ernannte man die Verhältnisse, wie 2:3, zu Zahlen, weil sie multiplikative Gleichungen lösten, z.B.  $9 \cdot x=6$  . Das ging mit ganzen Zahlen nicht. Auf die gleiche Art wird  $\sqrt{10}$  zur Zahl erklärt, weil  $\sqrt{10}$  die Gleichung  $x^2=10$  löst. Und  $\sqrt{-10}$  löst die Gleichung  $x^2=-10$ .