MATHEMATIK: **Die Geschichte der Null**

Die Null ist keine Zahl wie 1,2,3,4..! Sie ist keine "Zählzahl". Sie steht nicht für eine ANZAHL von Objekten. Die Null hat historisch und mathematisch zwei Bedeutungen:

1. Sie ist ein Zeichen für eine nicht besetzte Stelle in unserem Stellenwertsystem der schriftlichen Zahldarstellung.
2. Sie ist die Zahl, die sich ergibt, wenn man von einer Zahl dieselbe Zahl abzieht. Sie ändert nichts, wenn man sie zuzählt oder abzieht. (Neutrales Element der Addition)

Das soll nun erklärt werden.
Die Null gibt es bei uns erst seit etwa 500 Jahren. Bis dahin kamen die Menschen rund 4000 Jahre ohne Null aus. Warum dies?
Alle bekannten Völker, auch die Urvölker, zählen. Mit den Fingern, Zehen, Ellbogen und anderen Körperteilen. D.h. nicht, da sie auch einen Zahlbegriff entwickelten. Brasilianische Urwaldstämme kennen bisweilen nur die Begriffe eins, zwei und drei. Was mehr ist, ist einfach "viele". Auch nomadisierende Hirtenvölker müssen nicht unbedingt zählen: Sie kennen alle Tiere ihrer Herde beim Namen und wissen welches Tier fehlt. Auch der Tauschhandel erfordert nicht die Zahl: man zeigt einfach, was man wogegen tauschen will.

Das Zählen größerer Anzahlen und die Zahlbegriffe entstehen beim "Verwalten", "Abrechnen" und "Umrechnen"! Die zentralorganisierten Hochkulturen der Babylonier, Ägypter, Inkas, Mayas, Inder und Chinesen treiben Steuern ein und organisieren Großbaustellen: Tempel, Pyramiden, Staudämme, Kanäle. Man stelle sich nur die Versorgungsorganisation für 10.000 Arbeiter beim Bau einer Pyramide vor. Insbesondere im Fernhandel mussten Währungen umgerechnet werden. Der entwickelte Handel musst rechnen können, benötigte dazu aber nicht „unsere“ Zahlschrift. Es gab z.B. bis ins hohe Mittelalter eine international bekannte Zahldarstellung mit "Fingerzahlen". Damit wird noch heute im Jemen über den Preis verhandelt. Auch wenn man große Zahlen kennt, muss sich nicht unbedingt ein Begriff "der Zahl an sich" entwickeln. Die Babylonier kannten z.B. drei-Krüge und drei-Scheffel, aber nicht die Zahl "drei". Auch der Satz von Pythagoras war bekannt, aber nur mit Längeneinheiten. Auch im Rechenbuch von Adam Riesz aus dem Jahre 1550 findet man keine Aufgabe mit "nackten" Zahlen. Immer geht es um "Größen", d.h. um vier Gulden plus drei Gulden, aber nicht um 4+3 an sich. Auch die Brüche waren keine Bruchzahlen in unserem Sinne, sondern wurden entweder als eine Anzahl von Bruchteilen eines Ganzen benutzt oder als "Verhältnisse" behandelt. Das Denken in "Verhältnissen" hat sich bis heute im Handwerk, in der Technik und in der Musik gehalten.

Was bedeutete das alles für die Zahl Null?

Man brauchte sie als Zahl nicht! Man sagte: "Wenn Du von drei Gulden 36 Groschen wegnimmst, dann bleibt nichts übrig." Man sagte und schrieb aber niemals: "...dann hast du null Gulden". Trotzdem haben wir heute die Null als Begriff und als Symbol und das kam so:

Die Inder entwickelten um 500 n.u.Z. unser heutiges Stellenwertsystem, bei dem man aus der Stellung einer Ziffer ablesen kann, was diese Ziffer bedeutet. 323 bedeutet drei Hunderter + zwei Zehner + drei Einer. Das war revolutionär, denn die drei bedeutete mal drei Hunderter und dann auch nur drei Einer. Alle Hochkulturen konnten das rechnen, aber nicht so schreiben! Wenn man so schreibt, dann muss man auch dreihundert-und-drei ausdrücken können. Man muss also ein Auslassungszeichen für die Zehner haben. Die Inder schrieben einen Punkt, also 3•3 für 303. Bei den römischen Zahlen gibt es kein Auslassungszeichen!

Die Araber entwickelten sich mit dem Islam (Mohammed ab 620 n.u.Z.) zur führenden Kulturnation im Mittelmeerraum und übernahmen von den Indern die Zahlschreibweise im Zehnersystem und die Ziffernschreibweise. Aus dem Punkt wurde jedoch ein kleiner Kreis: o . Dieser hieß nicht Null, sondern "sifra", die Leere! Unser Kulturkreis übernahm ab dem 12. Jahrhundert (Kreuzzüge) das arabische Kulturerbe, u.a. die Algebra, die Zahlschreibweise und die Ziffern. Zunächst übersetzten gelehrte Mönche die arabischen Bücher des Wissens ins Lateinische. Diese Übersetzungen waren die Grundlage für italienische, französische und deutsche Lehrbücher in den folgenden Jahrhunderten.

Rechenmeister wie Adam Riesz übernehmen die Ziffernschreibweise im 16.Jh. Vorher wurden Zahlen als römische Zahlen oder als Text-Wort geschrieben. Ein Rechnen mit einer "Null" gab es nicht. Auch Riesz schreibt die "sifra" als kleinen Kreis o, nicht unser großes 0 als Null. Er kennt nicht einmal das Wort Null und vermeidet berhaupt jede Benennung des Zeichens für die sifra. Er schreibt:

"Der Figuren sind es zehn. Damit wird jede Zahl geschrieben. Sie haben folgende Gestalt: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. o. Die ersten neun bedeuten etwas. Die zehnte, also o , gibt nur in der Zusammensetzung eine Bedeutung. Allein gilt sie nichts. 1o, 2o, 3o bedeutet aber zehn, zwanzig usw. Werden aber zwei o zugesetzt, so hast du 1oo, 2oo usw. und das bedeutet hundert, zweihundert usw."

Gerade diese Eigenschaft des Zeichens o, dass es mal "nichts" bedeutet und dann aber auch Hundert oder gar Tausend, hat die Zeitgenossen des 16.Jhs erbost. Es gab Schmähschriften gegen die Figurenschreibweise und Verbote, die Zahlen arabisch zu schreiben, weil man insbesondere die sifra o leicht zur 8 verfälschen könne; die alten Zahlen, nämlich die römischen, seien viel eindeutiger, da bräuchte man ja auch keine sifra.

Warum haben sich aber dann die indisch-arabischen "Figuren" durchgesetzt?

1. Weil man mit römischen "Figuren" zwar schreiben, aber mit ihnen nicht vernünftig „schriftlich“ rechnen kann. Es gibt keine schriftliche Multiplikation oder gar Division mit römischen Zahlen. Gerechnet wurde im Kopf, mit dem Abacus oder auf dem Rechenbrett.

2. Weil Handel, Buchführung und Buchdruck sich entwickelten und das schriftliche Rechnen brauchten.

Im Zuge der Herausbildung der Städte entwickelte sich auch der Handel und internationale Konzerne, wie die der Fugger und Welser entstanden. Hier mussten genaue Tabellen über Einnahmen, Ausgaben, Einkaufspreise und Gewinne aufgestellt werden, die mit den römischen Zahlen oder mit Zahlworten schwer zu bewerkstelligen sind. Der Handel übernahm aus praktischen Gründen, ausgehend von Venedig, der damaligen Welthandelsmetropole, die indischen Ziffern, aber die sifra o blieb zunächst Stellenleerzeichen. D.h., dass man zwar 1o2 Gulden minus 1o2 Gulden rechnete, aber im Ergebnis nicht o Gulden schrieb, sondern das Wort "nulla" für "aufgehoben". Oder man machte einfach einen Strich.

Die Neuerfindung des Buchdrucks machte vor allem die weite Verbreitung von Wissen möglich! Es wurden Lehrbücher und Flugblätter gedruckt und verkauft. Bis dahin konnten die wenigsten Menschen lesen oder gar rechnen. Wenn das Rechnen über das hinausging, was man mit den Fingern abzählen konnte, musste man ein Rechenbrett oder den römischen Abacus einsetzen. Das konnten nur sehr wenige Menschen: Geldwechsler, Großhändler und Universitätslehrer vielleicht. Die Kunst des Rechnens wurde deshalb als Dienstleistung von den Rechenmeistern in den Städten angeboten. Sie waren in einer Zunft organisiert, wie andere Handwerker auch. Riesz war z.B. als Rechenmeister für einen Bergbaukonzern tätig, hauptsächlich für die Abrechnungen des Bergwerksbesitzers mit den Knappen, die in freien Genossenschaften, den Knappschaften organisiert waren und nach der geförderten Menge bezahlt wurden.

Zum Rechnen mit den "Figuren" brauchte man keinen Rechentisch, sondern nur Papier und Feder und das Figurenrechnen war auch im Druck viel leichter darstellbar, denn ein Buch über das Rechnen auf dem Brett hätte vor allem vieler Abbildungen bedurft. Rieszs Buch heißt deshalb: "Vom Rechnen nach der Länge auf den Linien (des Rechenbretts) und mit der Federn".

Die Kenntnis des Rechnens auf dem Rechenbrett setzt er als allgemein bekannt voraus und zeigt dem Leser auf 400 Seiten, wie man mit den neuen indischen "Figuren" dasselbe errechnen kann, wie auf "den Linien". Deshalb heißt es noch heute: "Nach Adam Ries müsste das soundso viel sein."

Aber auch zu Riesz Zeiten, also im 16. Jh., war die Null noch keine Zahl, sondern nur ein Stellenleerzeichen. Man rechnete immer noch ausschließlich mit Größen, z.B. mit 27 Scheffel zu 5 Gulden, d.h. mit benannten Zahlen. Eine Rechnung mit nackten Zahlen, also z.B. die Aufgabe: "Wieviel ist 25 geteilt durch 3?", gibt es im ganzen Buche von Riesz nicht. Solche Aufgaben waren immer "eingekleidet" : Drei Bauern haben ein Fass von 25 Krügen Bier. Wieviel kriegt jeder?

Die Null als Zahl setzt sich erst im Zeitalter der Renaissance der Wissenschaften durch. Im 16/17. Jh. erinnert man sich der Griechen, man untersucht "die Dinge an sich". Auch das Rechnen mit Zahlen an sich. Bei den "reinen" Wissenschaftlern, und nur bei denen, entstand nun die Frage, was man bei 27-27 als Ergebnis schreibt. Wenn das Ergebnis nicht einfach "hebt sich auf" sein soll, muss das Ergebnis eine Zahl sein. Die sifra bot sich an und man übernahm dafür die Bezeichnung aus der Buchhaltung: nulla. Das Wort sifra wurde dagegen der Stammvater unseres Wortes "Ziffer".

Ein ähnliche Geschichte der langsamen Herausbildung und allmählichen Durchsetzung gilt auch für andere Zahlen, die uns heute völlig geläufig und selbstverständlich erscheinen. Die negativen Zahlen, die Wurzeln, die irrationalen Zahlen, die transzendenten und die imaginären Zahlen entstehen erst nach und nach aus dem Bedürfnis nach Vervollständigung des Zahlensystems vom 16. Jh. an. Vor 1500 gab es das alles nicht oder nur in Ansätzen. Auch die Symbole für plus, minus, mal, geteilt, hoch usw. gab es nicht von Anfang an in unserer Form. Sie sind aus Wörtern abgeleitet. Der Minus-Strich ist z.B. ein schnell und flach geschriebenes kleines "m", welches für lat. "minor" =“weniger“ stand.

Was sagt uns das alles?

Nur die Zahlen 1,2,3 ... sind "gottgegeben". Alle anderen Zahlen, die Null, die negativen Zahlen, die Brüche, die reellen Zahlen und die komplexen Zahlen sind Erfindungen des Menschen. Sie sind "konstruiert" und zwar so, dass das Rechnen mit "nackten" Zahlen ohne Widersprüche möglich ist. Die erfundenen Zahlen sind aber keine "Zählzahlen" mehr, sie sind Neuschöpfungen, die die Möglichkeit des Rechnens erweitern.
hbm