

Teilen durch Null?

Teilen heißt ursprünglich "Aufteilen" eines vorgegebenen Gesamten oder Ganzen in die gewünschte Anzahl von Teilen. (Man teilt "RATIONEN" ab. Deshalb heißen die Bruchzahlen auch "rationale" Zahlen.)

Fünf Äpfel kann man auf drei Esser verteilen. Jeder bekommt fünf Drittel ($5/3$), also einen Apfel und zwei Drittel eines Apfels. Was soll es aber bedeuten, wenn man fünf Äpfel auf null Esser verteilen soll? Es bedeutet nichts als Unsinn, denn "null" steht, wie wir gesehen haben, nicht für eine ANZAHL von Essern, sondern dafür, dass keine Esser da sind. In eine Nichtanzahl kann man aber ein Gesamtes auch nicht aufteilen. Man kann also fünf Äpfel nicht auf null Apfelhungrige aufteilen.

Dieses praktische Beispiel der Unmöglichkeit des Teilens durch NULL ist für den modernen Mathematiker natürlich nicht ausreichend. Er verlangt nach einem richtigen Beweis, d.h. nach einem logisch schlüssigen Argument innerhalb des mathematischen Systems.

Als Mathematiker muss man folgendermaßen denken:

Es ist mir gleich, woher die Null kommt und was sie bedeutet. Ich habe sie als Zahl in meinem Zahlensystem anerkannt. Der einzig logisch akzeptable Grund für die Unmöglichkeit des Teilens durch null wäre ein Nachweis, dass das Ergebnis keine Zahl sein kann oder dass dann meine Mathematik zusammenbräche. Dazu brauche ich Beweise.

1. Beweis für dafür, dass eins durch null keine Zahl ergeben kann.

Wäre es z.B. „ $1/0$ “ eine Zahl, dann müsste diese Zahl "unendlich" sein, denn 1 durch eine kleine Zahl, nahe bei null, gibt eine große Zahl. Je näher die Zahl bei null ist, durch die ich teile, desto größer ist das Ergebnis. 1 durch null müsste also die größte aller Zahlen sein. Eine größte Zahl gibt es aber nicht, weil ich irgendeine angenommene größte Zahl immer durch Addition von 1 noch größer machen könnte.

2. Beweis dafür, dass eins durch null keine Zahl sein kann.

Wäre trotz aller Widrigkeiten $1/0$ doch eine Zahl, dann müsste ich mit ihr rechnen können wie mit allen anderen Zahlen im Zahlensystem. Ich nehme also an, dass $1/0$ doch eine Zahl ist und nenne diese Zahl z . Es gilt dann also $1/0 = z$! Nun rechne ich damit. Ich multipliziere beide Seiten mit null: $0 * 1/0 = 0 * z$. Ich kürze links die null und rechne rechts aus:

Das ergibt $1 = 0$. Ich multipliziere mit 7.

Das ergibt $1 * 7 = 7 * 0$. Ich rechne aus.

Das ergibt $7 = 0$.

Also ist eins gleich null und sieben gleich null.

Wenn ich statt 7 die 3 genommen hätte, ergäbe sich $3=0$. Genauso $27=0$, $95=0$ usw.

Wenn man annimmt, dass $1/0$ eine Zahl ist, dann kann man folgern, dass jede Zahl gleich null ist. Also wären alle Zahlen gleich null. Da das offensichtlich nicht stimmt, war die Annahme, $1/0$ sei eine Zahl, falsch! $1/0$ ist keine Zahl!

Merke:

Das Teilen durch Null ist nicht verboten, sondern unmöglich, weil das Ergebnis keine Zahl sein kann.

Verbieten lässt sich nur etwas, was prinzipiell möglich ist. Man kann zwar $1/0$ hinschreiben, trotzdem ist es kein Symbol für eine Zahl, sondern einfach Krikelkrakel.

Die Null ist zum einen ein Symbol für eine Leerstelle im Stellenwertsystem und zum anderen ein Symbol dafür, dass sich bei einer Subtraktion etwas gegenseitig aufhebt. $1/0$ ist aber kein Symbol für eine Zahl.

hbm